

Nr. 1605 / 22. FEB. 2022

APROB,
Inspector școlar general,
prof. drd. *Sabin-Gavril PĂȘCAN*



Către

Unitățile de învățământ preuniversitar
În atenția doamnei/domnului director, și a profesorilor de matematică

Referitor: Olimpiada de matematică

Olimpiada de matematică de desfășurare în baza parteneriatului dintre Ministerul Educației cu Societatea de Științe Matematice din România (SSMR) după următorul program:

- Până pe 23 februarie 2022, elevii care vor participa la etapa 1 (etapa locală) a olimpiadei de matematică vor fi validați de profesor pe platforma <https://concursuri.viitoriolimpici.ro>;
- Data concursului: 26 februarie 2022, ora 10³⁰-online, pe platforma Intuitext, supravegheați de profesori la nivelul cercului pedagogic;
- În cadrul probei, elevii vor avea de rezolvat subiecte de tip grilă, 20 de probleme pentru fiecare dintre clasele V-VI, respectiv câte 24 de probleme pentru fiecare dintre clasele VII-XII. Fiecare subiect de tip grilă are asociate 5 variante de răspuns, dintre care o variantă este corectă. Se acordă câte un punct pentru fiecare răspuns corect. Subiectele vor fi realizate ținând seama de programa olimpiadei, afișată pe site-ul SSMR. Timpul destinat rezolvării subiectelor ce constituie proba este de 120 de minute pentru clasele V-VI, respectiv de 150 de minute pentru clasele VII-XII, la care se adaugă 30 de minute reprezentând timp tehnic (destinat pentru eventualele întrebări privind enunțurile problemelor).
- Evaluarea/corectura se va face automat pe platforma dedicată a olimpiadei de matematică. Listele cu rezultate finale, vor fi afișate până cel târziu pe 1 martie 2022.

Avizat,
Inspector școlar general adjunct,
prof. *Gabriel-Cornel GROZAV*



Întocmit/Redactat,
Inspector școlar,
prof. *Mihaela COJOCNEAN*





Olimpiada Națională de Matematică Programa pentru clasele a V-a – a VIII-a

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.

| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|-------|---|--|---|
| a V-a | <ul style="list-style-type: none"> ○ Numere naturale. Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. <i>Ultima cifră a unei puteri</i> ○ <i>Pătrate perfecte. Cuburi perfecte</i> ○ Metode aritmetice de rezolvare a problemelor | <ul style="list-style-type: none"> ○ Divizibilitatea numerelor naturale. Divizor, multiplu, divizori comuni, multipli comuni ○ Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n, 5^n, 10^n, 3 și 9; numere prime; numere compuse. ○ <i>Scrierea numerelor naturale ca produs de puteri de numere prime</i> | <ul style="list-style-type: none"> ○ Frații ordinare (conținutul programei școlare) ○ Frații zecimale (conținutul programei școlare) ○ Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare) |

| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|--------|--|--|--|
| a VI-a | <p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimi. <i>Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei</i> ○ Divizibilitate. Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{N}. $[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$ ○ $(a, b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{Z}$, cu $(x, y) = 1$ și $a = dx, b = dy$ ○ $[a, b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{Z}$ cu $(x, y) = 1$ și $m = ax, m = by$ ○ Rapoarte și proporții <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Unghiuri. <i>Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf</i> ○ Paralelism și perpendicularitate ○ Cercul | <p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor întregi ○ Divizibilitatea în \mathbb{Z}. <i>Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{Z}</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Linii importante în triunghi ○ Metoda triunghiurilor congruente. <i>Cazul L.L.U.</i> ○ <i>Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă două unghiuri ale triunghiului sunt congruente</i> | <p>Aritmetică și algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor raționale <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale ○ Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. ○ <i>Teorema unghiului de 30°, teorema unghiului de 15°</i> ○ <i>Teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora</i> ○ <i>Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi</i> |



| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|---------|--|--|--|
| a VII-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale (conținutul programei școlare) ○ Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real ○ Raționalizarea numitorilor ○ <i>Formula radicalilor dubli</i> ○ Dacă $a, b \in \mathbb{R}^*$ și $p, q \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ ○ Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q}$ ○ <i>Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Patrulater (conținutul programei școlare) ○ Cercul (conținutul programei școlare) ○ <i>Patrulater inscriptibile. Patrulater circumscribitibile.</i> | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Ecuații și sisteme de ecuații (conținutul programei școlare) <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Asemănarea triunghiurilor (conținutul programei școlare) ○ <i>Teorema paralelelor neechidistante</i> ○ <i>Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă</i> ○ <i>Puterea unui punct față de cerc</i> | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Elemente de organizare a datelor ○ <i>Identități algebrice:</i> a) $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}^*$ b) $a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}$, n impar c) $(a + b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}^*$ d) identitatea lui Lagrange: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ○ <i>Inegalități. Probleme de maxim și de minim</i> a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b > 0$ c) inegalitatea mediilor: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$, $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ d) inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz: $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$, $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Teorema lui Menelaos. Teorema lui Ceva</i> ○ <i>Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Arii</i> ○ <i>Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor.</i> <i>Teorema medianei $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$</i> ○ <i>Arii: $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$; $A_\Delta = p \cdot r$; $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$;</i> $A_{\text{patrulaterconvex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(\overline{d_1, d_2})}{2}$ |

Programa pentru etapa locală, etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și etapa națională, Olimpiada Națională de Matematică (ONM)

Clasele a V-a – a VIII-a

An școlar 2021-2022



| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|----------|---|--|--|
| a VIII-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Intervale. Operații cu intervale. Inecuații○ Calcul algebric în \mathbb{R} <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none">○ Puncte, drepte, plane. Corpuri geometrice○ Paralelism și perpendicularitate (conținutul programei școlare)○ Proiecții ortogonale pe un plan (conținutul programei școlare)○ Teorema celor trei perpendiculare | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Ecuația de gradul al II-lea <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none">○ Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul)○ Calcul de arii și de volume (poliedre) | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Funcții. Elemente de statistică <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none">○ Corpuri rotunde○ <i>Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector</i>○ <i>Probleme elementare de loc geometric</i> |

Notă

Textul *italic* din tabele semnifică acele conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.



Olimpiada Națională de Matematică Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.

| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|--------|---|--|--|
| a IX-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale ○ <i>Inegalitatea mediilor</i> ○ <i>Inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz</i> ○ Mulțimi și elemente de logică matematică <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Vectori în plan (conținutul programei școlare) ○ Coliniaritate, concurență, paralelism (conținutul programei școlare) | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Șiruri (funcții definite pe mulțimea numerelor naturale) ○ Progresii aritmetice și geometrice ○ <i>Recurențe liniare de ordinul I și II</i> ○ <i>Ecuatii în numere întregi :</i> $ax + by = c ; x^2 + y^2 = z^2$ ○ <i>Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid</i> ○ <i>Congruențe modulo n</i> ○ <i>Teoremele Fermat, Wilson</i> ○ <i>Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson</i> ○ <i>Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice</i> | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții. Proprietăți ale funcțiilor numerice. Compunerea funcțiilor ○ Funcțiile de gradul I și al II-lea ○ <i>Mulțimi numărabile ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$) și nenumărabile ($\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$)</i> ○ <i>Densitatea în \mathbb{R} a mulțimilor \mathbb{Q} și $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale)</i> ○ <i>Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului $(\{na\})_{n \in \mathbb{N}}$ este densă în $[0,1]$)</i> ○ <i>Indicatorul lui Euler: $\varphi(n)$ = numărul numerelor prime cu n, mai mici decât n; teorema lui Euler</i> <p>Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Elemente de trigonometrie ○ Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană |



| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|-------|---|--|--|
| a X-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale. Radicali. Logaritmi ○ Funcții injective, surjective, bijective ○ Funcții inversabile ○ Funcții putere, funcții radical. Ecuatii iraționale ○ Funcții și ecuații exponențiale și logaritmice | <p>Algebră/Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții trigonometrice și invers trigonometrice ○ Ecuatii trigonometrice ○ <i>Funcții convexe. Inegalitatea lui Jensen</i> ○ Numere complexe ○ <i>Aplicații ale numerelor complexe în geometrie</i> | <p>Algebră/Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Metode de numărare ○ Geometrie analitică ○ <i>Polinoame</i> ○ <i>C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două polinoame; algoritmul lui Euclid</i> ○ <i>Teorema fundamentală a algebrei</i> ○ <i>Teorema lui Bezout. Rădăcini multiple</i> ○ <i>Relații între rădăcini și coeficienți</i> ○ <i>Polinoame ireductibile</i> |

| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|--------|---|--|---|
| a XI-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Permutări. <i>Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncte, respectiv transpoziții.</i> ○ Matrice și determinanți. Matrice inversabile ○ <i>Ecuatia caracteristică a unei matrice. Teorema Hamilton-Cayley</i> ○ Aplicații ale determinanților în geometria plană <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale ○ Șiruri. Limite de șiruri. Limite de funcții ○ <i>Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert</i> ○ <i>Lema intervalelor închise (Cantor)</i> ○ <i>Mulțimi dense în \mathbb{R}</i> | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Rangul unei matrice ○ <i>Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice</i> ○ <i>Polinom caracteristic, valori proprii</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții continue ○ <i>Discontinuități de prima și a doua speță.</i> ○ <i>Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux)</i> ○ <i>Puncte limită pentru șiruri</i> ○ <i>Mulțimi numărabile și nenumărabile</i> | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Sisteme de ecuații liniare <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții derivabile. Proprietățile funcțiilor derivabile ○ <i>Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy</i> ○ <i>Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange</i> |



| Clasa | Etapa locală a ONM | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a ONM | Etapa națională a ONM |
|---------|--|---|---|
| a XII-a | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Grupuri (conținutul programei școlare)○ <i>Grupuri finite. Grupuri finit generate</i>○ <i>Subgrupuri clasice (centralizatorul unui element sau al unei mulțimi, centrul unui grup, nucleul și imaginea unui morfism)</i>○ <i>Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none">○ Primitive○ Integrala definită | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Inele și corpuri○ <i>Morfisme de semigrupuri, monoizi</i>○ <i>Elemente nilpotente și elemente idempotente</i>○ <i>Orice corp finit este comutativ</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none">○ Aplicații ale integralei definite | <p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none">○ Inele de polinoame <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none">○ <i>Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate</i>○ <i>Mulțimi neglijabile Lebesgue</i>○ <i>Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate</i> |

Notă

Textul *italic* din tabele semnifică acele conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.